§3. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Показательные уравнения

Уравнение, содержащее неизвестное только в показателе степени, называется показательным.

Рассмотрим простейшие виды показательных уравнений.

I вид. Простейшие*.

$a^{f(x)} = a^{\varphi(x)}$, где $a > 0$ и $a \neq 1$.

Так как функция $y = a^t$ монотонна, то из равенства $a^{t_1} = a^{t_2}$ следует, что $t_1 = t_2$.

Значит, уравнение $a^{f(x)} = a^{\varphi(x)}$ равносильно уравнению $f(x) = \varphi(x)$.

Пример.

Решить уравнения.

а) $3^x = 9$; б) $7^x = \frac{\sqrt[3]{7}}{49}$; в) $6^x = -\frac{1}{6}$; г) $(\cos 10°)^x = \sin 80°$; д) $5^{x^2+3x} = 25^x$; е) $5^x = 4$; ж) $2^x = 3$.

Решение.

а) $3^x = 9$; $3^x = 3^2$; $x = 2$.

б) $7^x = \frac{\sqrt[3]{7}}{49}$; $7^x = 7^{-1\frac{2}{3}}$; $x = -1\frac{2}{3}$;

в) $6^x = -\frac{1}{6}$ — корней нет;

г) $(\cos 10°)^x = \sin 80°$; как $\cos 10° = \sin 80°$, то $(\sin 80°)^x = \sin 80°$; $x = 1$;

д) $5^{x^2+3x} = 25^x$; $5^{x^2+3x} = 5^{2x}$; $x^2 + 3x = 2x$; $x(x + 1) = 0$; $x = 0$ или $x = -1$;

е) $5^x = 4$; $x = \log_5 4$;

ж) $2^x = 3$; $x = \log_2 3$.

Ответ: а) 2; б) $-1\frac{2}{3}$; в) корней нет; г) 1; д) 0; -1; е) $\log_5 4$; ж) $\log_2 3$.

Задачи для самостоятельного решения

Решить уравнения.

1) $\sqrt{2^x}=8^{-\frac{2}{3}}$;

2) $\sqrt{3^x}=9^{-\frac{3}{2}}$;

3) $\frac{1}{9}\cdot\sqrt{3^{3x-1}}=81^{-\frac{3}{4}}$;

4) $4^x\cdot 5^{x-1}=0{,}2\cdot 20^{3-2x}$;

5) $4^{|x-1|}=8$;

6) $4\cdot 2^{\cos x}=\sqrt{8}$.

Ответ: 1) -4; 2) -6; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) 1; 5) 2,5; $-0{,}5$;
6) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$.

II вид. Уравнения, сводящиеся к простейшим вынесением за скобку основания с наименьшим показателем. Такие уравнения содержат одно и то же основание, и коэффициенты при x одинаковы.

Пример.

Решить уравнения.

1) $3^x+3^{x+2}=30$; 2) $3^{2x}+3^{2x-1}+7\cdot 3^{2x-3}=11$.

Решение.

1) $3^x+3^{x+2}=30$. В левой части уравнения вынесем за скобки 3^x:
$3^x(1+3^2)=30$,
$3^x\cdot 10=30$; $3^x=3$; $x=1$.

2) $3^{2x}+3^{2x-1}+7\cdot 3^{2x-3}=11$. В левой части уравнения вынесем за скобки 3^{2x-3}.
$3^{2x-3}\left(3^3+3^2+7\right)=11$, $3^{2x-3}\cdot 43=11$; $3^{2x-3}=\frac{11}{43}$;
$2x-3=\log_3\frac{11}{43}$; $x=1{,}5+\frac{1}{2}\log_3\frac{11}{43}$.

Ответ: 1) 1; 2) $1{,}5+\frac{1}{2}\log_3\frac{11}{43}$.

В таких уравнениях лучше выносить за скобки степень с **меньшим** показателем, тогда в скобках не будет степеней с отрицательным показателем.

Задачи для самостоятельного решения

Решить уравнения.

1) $5^{x+1} - 3 \cdot 5^{x-2} = 122$;

2) $4 \cdot 3^{x-1} + 3^{x+1} = 117$;

3) $4^{x} - 3 \cdot 4^{x-2} = 13$;

4) $2^{x+1} + 5 \cdot 2^{x-2} = 104$;

5) $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-2} = 69$;

6) $5^{x+1} + 5^{x-2} = 630$.

Ответ: 1) 2; 2) 3; 3) 2; 4) 5; 5) 3; 6) 3.

III вид. Уравнения, решаемые составлением пропорций. Такие уравнения содержат два разных основания. Коэффициенты при x одинаковы. При решении нужно степени с одинаковыми основаниями собрать в одной части уравнения и вынести за скобки в обеих частях уравнения степень с показателем — наименьшим во всем уравнении.

Пример.

Решить уравнения.

а) $2^{x^2-1} - 3^{x^2-1} = 3^{x^2} - 2^{x^2+2}$,

б) $2^{x-1} + 3 \cdot 2^{x} - 2^{x-1} = 3^{x} + 3^{x+1}$.

Решение.

а) $2^{x^2-1} - 3^{x^2-1} = 3^{x^2} - 2^{x^2+2}$.

Перенесем степени с основанием 2 в левую часть уравнения, а с основанием 3 — в правую.

$2^{x^2-1} + 2^{x^2+2} = 3^{x^2} + 3^{x^2-1}$. Самый маленький показатель степени во всем уравнении — $x^2 - 1$.

$$2^{x^2-1} \cdot \left(1+2^3\right) = 3^{x^2-1} \cdot (3+1),$$

$$2^{x^2-1} \cdot 9 = 3^{x^2-1} \cdot 4.$$

Составим пропорцию: $\dfrac{2^{x^2-1}}{3^{x^2-1}} = \dfrac{4}{9}$;

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2-1} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{2}$; $\quad x^2 - 1 = 2$; $\quad x = \pm\sqrt{3}$.

б) $2^{x-1} + 3 \cdot 2^{x} - 2^{x-2} = 3^{x} + 3^{x+1}$. Наименьший показатель степени — $x - 2$.

$$2^{x-2}\left(2+3\cdot 2^2-1\right)=3^{x-2}\cdot\left(3^2+3^3\right);$$

$$2^{x-2}\cdot 13=3^{x-2}\cdot 36;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}=\frac{36}{13};\qquad x-2=\log_{\frac{2}{3}}\frac{36}{13};\qquad x=2+\log_{\frac{2}{3}}\frac{36}{13}.$$

Ответы: а) $\pm\sqrt{3}$; б) $2+\log_{\frac{2}{3}}\frac{36}{13}$.

Задачи для самостоятельного решения

Решить уравнения.

1) $2^{x^2-1}-3^{x^2}=3^{x^2-1}-2^{x^2+2}$;

2) $5^{x^2}-3^{x^2+1}=2\left(5^{x^2-1}-3^{x^2-2}\right)$;

3) $7^{x-1}-5^{x-2}-5^{x-3}+7^{x-2}+7^{x-3}=5^{x-1}$;

4) $3^x-2^{x+2}=3^{x-1}-2^{x-1}-2^{x-3}$;

5) $\left(\frac{1}{121}\right)^{1-x}-\left(\frac{1}{169}\right)^{1-x}+11^{2x-3}+13^{2x-3}=0$;

6) $4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$.

Ответы: 1) $\pm\sqrt{3}$; 2) ±3; 3) $3+\frac{\lg 31-\lg 57}{\lg 1,4}$; 4) 4; 5) 1,5; 6) 1,5.

IV вид. Уравнения, решаемые подстановкой $a^{f(x)}=t$.

Пример 1.

Решить уравнения.

а) $4^x-3\cdot 2^x+1=0$;

б) $\frac{3^{7x^2-x}-2}{3^{7x^2-x}-8}+3^{7x^2-x}=16$.

Решение.

а) Пусть $2^x=t$. Тогда уравнение примет вид $t^2-3t+1=0$, $t=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$, $2^x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$, $x=\log_2\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

б) Пусть $3^{7x^2-x}=t$. Тогда уравнение примет вид: $\frac{t-2}{t-8}+t=16$. После преобразований получим квадратное уравнение $t^2-23t+126=0$,

$t \neq 8$, корни которого $t = 14$ или $t = 9$. Если $t = 14$, то $3^{7x^2-x} = 14$, то есть $7x^2 - x = \log_3 14$.

Решив это квадратное уравнение, получим:

$x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 28\log_3 14}}{14}$. Если $t = 9$, то $3^{7x^2-x} = 9$ и $7x^2 - x = 2$.

Последнее уравнение даст еще два корня: $x_{3,4} = \dfrac{1 \pm \sqrt{57}}{14}$.

О т в е т : а) $\log_2 \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$; б) $\dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 28\log_3 14}}{14}$; $\dfrac{1 \pm \sqrt{57}}{14}$.

Пример 2.

Решить уравнения.

а) $4^{\sqrt{3x^2-2x}+1} + 2 = 9 \cdot 2^{\sqrt{3x^2-2x}}$;

б) $4^{3x^2+x} - 8 = 2 \cdot 8^{x^2+\frac{x}{3}}$.

Р е ш е н и е .

а) Перепишем уравнение в виде $\left(2^{\sqrt{3x^2-2x}}\right)^2 \cdot 4 + 2 = 9 \cdot 2^{\sqrt{3x^2-2x}}$.

Пусть $2^{\sqrt{3x^2-2x}} = t$. Относительно t уравнение примет вид $4t^2 - 9t + 2 = 0$, откуда находим $t_1 = 2$; $t_2 = \dfrac{1}{4}$. Если $t = 2$, то $2^{\sqrt{3x^2-2x}} = 2$, $\sqrt{3x^2 - 2x} = 1$, $3x^2 - 2x - 1 = 0$ и $x_1 = 1$, $x_2 = -\dfrac{1}{3}$.

Если $t = \dfrac{1}{4}$, то $2^{\sqrt{3x^2-2x}} = \dfrac{1}{4}$; $\sqrt{3x^2 - 2x} \neq -2$.

Следовательно, уравнение $2^{\sqrt{3x^2-2x}} = \dfrac{1}{4}$ не имеет корней.

б) Перепишем уравнение в виде $\left(2^{3x^2+x}\right)^2 - 8 = 2 \cdot 2^{3x^2+x}$. Пусть $2^{3x^2+x} = t$, тогда получим квадратное уравнение относительно t: $t^2 - 2t - 8 = 0$ с корнями $t_1 = 4$, $t_2 = -2$.

Если $t = 4$, то $2^{3x^2+x} = 4$, $3x^2 + x = 2$, $3x^2 + x - 2 = 0$; $x_1 = -1$; $x_2 = \dfrac{2}{3}$.

$t = -2$ не удовлетворяет условию задачи, так как $2^{3x^2+x} = t > 0$.

О т в е т : а) $-\dfrac{1}{3}$; 1; б) -1; $\dfrac{2}{3}$.

Задачи для самостоятельного решения

1) $4^{\sqrt{x+3}} - 32 = 4 \cdot 2^{\sqrt{x+3}}$;

2) $3 \cdot 4^{|x|} - 7 \cdot 2^{1+|x|} + 8 = 0$;

3) $4^{\sin x} - 2^{2+\sin x} + 3 = 0$;

4) $4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 = 0$;

5) $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{\sqrt{4x}} + 3 = 0$;

6) $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$.

Ответ: 1) 6; 2) ±2; 3) $\pi n, n \in Z$; 4) –2; 5) 0; $\frac{1}{4}$; 6) 1,5.

V вид. Уравнения с завуалированным обратным числом.

Пример 1.

Решить уравнения.

а) $\left(\frac{5}{11}\right)^x + 4\left(\frac{11}{5}\right)^x = 5$;

б) $(3{,}2)^x + 2 \cdot \left(\frac{5}{16}\right)^x = 3$.

Решение.

а) Заметим, что $\frac{5}{11} \cdot \frac{11}{5} = \frac{5}{11} \cdot \frac{11}{5} = 1$.

Пусть $\left(\frac{5}{11}\right)^x = t > 0$, тогда $\left(\frac{11}{5}\right)^x = \frac{1}{t}$.

Исходное уравнение примет вид:
$t + \frac{4}{t} = 5$, $t^2 - 5t + 4 = 0$, $t_1 = 1$; $t_2 = 4$.

Если $t = 1$, то $\left(\frac{5}{11}\right)^x = 1$, $x = 0$.

Если $t = 4$, то $\left(\frac{5}{11}\right)^x = 4$, $x = \log_{\frac{5}{11}} 4$.

б) Найдем произведение $3{,}2 \cdot \frac{5}{16} = 3{,}2 \cdot \frac{5}{16} = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{16} = 1$.

Пусть $(3{,}2)^x = t > 0$, тогда $\left(\frac{5}{16}\right)^x = \frac{1}{t}$.

Таким образом, исходное уравнение равносильно уравнению $t+\frac{2}{t}=3$, то есть

$t^2-3t+2=0.$

Отсюда находим $t_1=1$; $t_2=2$.

Если $t=1$, то $(3{,}2)^x=1$ и $x=0$.

Если $t=2$, то $(3{,}2)^x=2$ и $x=\log_{3,2}2$.

Ответ: 1) 0; $\log_{\frac{5}{11}}4$; 2) 0; $\log_{3,2}2$.

Пример 2.

Решить уравнения.

а) $\left(\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^x+\left(\sqrt[3]{6-\sqrt{35}}\right)^x=12;$

б) $8^x+8^{-x}-5\cdot(2^x+2^{-x})+8=0.$

Решение.

а) Так как

$\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\cdot\sqrt[3]{6-\sqrt{35}}=\sqrt[3]{\left(6+\sqrt{35}\right)\left(6-\sqrt{35}\right)}=\sqrt[3]{36-35}=1,$ то, введя новую переменную, $\left(\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^x=t>0,$ получим уравнение $t+\frac{1}{t}=12,$ которое имеет два положительных корня $t_{1,2}=6\pm\sqrt{35}.$

Если $t=6+\sqrt{35}$, то $\left(\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^x=6+\sqrt{35}$ и $x=3$.

Если $t=6-\sqrt{35}$, то $\left(\sqrt[3]{6-\sqrt{35}}\right)^x=6-\sqrt{35}$ и $x=-3$.

Действительно,

$$\left(\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^{-3}=\frac{1}{\left(\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^3}=\frac{1}{6+\sqrt{35}}=\frac{6-\sqrt{35}}{\left(6-\sqrt{35}\right)\left(6+\sqrt{35}\right)}=$$

$$=\frac{6-\sqrt{35}}{1}=6-\sqrt{35}.$$

б) Пусть $2^x+2^{-x}=t$.

Возведем обе части последнего равенства в куб:

$\left(2^x\right)^3+3\cdot\left(2^x\right)^2\cdot\left(2^{-x}\right)+3\cdot2^x\cdot\left(2^{-x}\right)^2+\left(2^{-x}\right)^3=t^3;$

$8^x+3\cdot2^{2x}\cdot2^{-x}+3\cdot2^x\cdot2^{-2x}+8^{-x}=t^3;$

$$8^x+3\cdot 2^x+3\cdot 2^{-x}+8^{-x}=t^3;$$
$$\left(8^x+8^{-x}\right)+3\cdot\left(2^x+2^{-x}\right)=t^3;$$
$$8^x+8^{-x}=t^3-3t.$$

Исходное уравнение примет вид:

$t^3-3t-5t+8=0;$ $\quad$ $t^3-4t-4t+8=0;$

$t(t^2-4)-4(t-2)=0;$ $\quad$ $(t-2)(t^2+2t-4)=0;$

откуда $t_1=2$ или $t_{2,3}=-1\pm\sqrt{5}.$

Так как 2^x и 2^{-x} — взаимообратные и положительные величины, то $2^x+2^{-x}\geq 2.$

Следовательно, $t_{2,\,3}$ не удовлетворяют этому требованию. Имеем $2^x+2^{-x}=2$, откуда $x=0.$

Ответ: 1) –3; 3; 2) 0.

Задачи для самостоятельного решения

Решить уравнения.

1) $\left(\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}\right)^x=4;$

2) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x=10;$

3) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{\sin x}+\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^{\sin x}=\frac{10}{3};$

4) $4^{x+1}+4^{1-x}-10=0;$

5) $7^{\operatorname{tg}x}+7^{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}=\frac{50}{7};$

6) $5^{\sin\pi x}+5^{1-\sin\pi x}=6.$

Ответ: 1) –2; 2; 2) –2; 2; 3) $\pm\arcsin\left(\log_{\sqrt{2}+\sqrt{3}}3\right)+\pi n,\ n\in Z;$ 4) –0,5; 0,5; 5) $\pm\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z;$ 6) $2n+\frac{1}{2},\ n\in Z;\ k,\ k\in Z.$

VI вид. Уравнения, содержащие три различных основания в одной и той же степени и решающиеся как однородные.

Пример.

Решить уравнения.

а) $4^x-3\cdot 6^x+2\cdot 9^x=0;$

б) $4^{x+1}-6^x=2\cdot 3^{2x+2}.$

Р е ш е н и е.

а) Приведем уравнение к виду $\left(2^x\right)^2 - 3\cdot 2^x\cdot 3^x + 2\cdot\left(3^x\right)^2 = 0.$

Разделив обе части уравнения на $\left(3^x\right)^2 \neq 0$, получим уравнение, равносильное исходному: $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^x\right)^2 - 3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 = 0.$

Пусть $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0$, тогда из уравнения $t^2 - 3t + 2 = 0$ находим $t_1 = 1$, $t_2 = 2$.

Таким образом, $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1$ или $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2.$

Отсюда находим: $x_1 = 0$; $x_2 = \log_{\frac{2}{3}} 2.$

б) Приведем уравнение к виду: $4\cdot\left(2^x\right)^2 - 2^x\cdot 3^x - 2\cdot 9\cdot\left(3^x\right)^2 = 0.$

Разделив обе части уравнения на $\left(3^x\right)^2 \neq 0$, получим уравнение, равносильное данному: $4\left(\left(\frac{2}{3}\right)^x\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^x - 18 = 0.$

Пусть $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t > 0$, тогда из уравнения $4t^2 - t - 18 = 0$ получим корни: $t_1 = -2$; $t_2 = \frac{9}{4}$. $t_1 = -2$ не удовлетворяет условию $t > 0$.

Если $t = \frac{9}{4}$, то $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{9}{4}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; $x = -2$.

О т в е т: 1) 0; $\log_{\frac{2}{3}} 2$; 2) -2.

Задачи для самостоятельного решения

Решить уравнения.

1) $4^{x+1} - 6^x = 2\cdot 3^{2x+2}$;

2) $5\cdot 3^{2x} + 15\cdot 5^{2x-1} = 8\cdot 15^x$;

3) $\sqrt[x]{9} + \sqrt[x]{6} = \sqrt[x]{4}$;

4) $2\cdot 25^x - 5\cdot 10^x + 2\cdot 4^x = 0$;

5) $3^{2x^2-6x+3}+6^{x^2-3x+1}=2^{2x^2-6x+3}$;

6) $3^{2x+4}+45\cdot 6^x-9\cdot 2^{2x+2}=0$.

Ответ: 1) -2; 2) 0; 1; 3) корней нет; 4) $\log_{0,4}2$; $\log_{2,5}2$; 5) 1; 2; 6) -2.

VII вид. Уравнения, решаемые с учетом монотонности.

Справедливы утверждения, которые можно использовать при решении уравнений (и неравенств).

а) Если функция f возрастает (убывает) на множестве X, то уравнение $f(x)=b$ не может иметь на этом множестве более одного корня.

б) Если на множестве X функция f возрастает, а функция φ убывает, то уравнение $f(x)=\varphi(x)$ не может иметь на множестве x более одного корня.

Пример.

Решить уравнения.

а) $3^x+4^x=7$;

б) $\left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^x+\left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^x=\left(2\sqrt{2}\right)^x$;

в) $3\cdot 2^{|\log_2 x|}=7-4x^2$.

Решение.

а) При $a>1$ функция $y=a^x$ является возрастающей. Легко угадать и проверить, что $x=1$ — корень данного уравнения. Покажем, что других корней уравнение иметь не может. При $x>1$ имеем: $3^x+4^x>7$, а при $x<1$ имеем: $3^x+4^x<7$, то есть уравнение имеет единственный корень $x=1$.

б) Разделив обе части уравнения на $\left(2\sqrt{2}\right)^x\neq 0$, получим уравнение, равносильное данному: $\left(\dfrac{\sqrt{4+\sqrt{15}}}{2\sqrt{2}}\right)^x+\left(\dfrac{\sqrt{4-\sqrt{15}}}{2\sqrt{2}}\right)^x=1$.

$\dfrac{\sqrt{4+\sqrt{15}}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{4+\sqrt{15}}{8}}<1$, так как $\sqrt{15}<4$;

$\dfrac{\sqrt{14-\sqrt{15}}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{4-\sqrt{15}}{8}}<1$. Следовательно, левая часть уравнения — убывающая функция как сумма двух убывающих функций.

Таким образом, уравнение не может иметь более одного корня. Несложно угадать и проверить, что $x = 2$ — корень данного уравнения.

в) Область определения уравнения: $x > 0$.

При $x > 0$ функция, стоящая в левой части уравнения, — возрастает, а функция, стоящая в правой части уравнения, — убывает.

Следовательно, уравнение не может иметь более одного корня. Таким корнем является число 1. Проверим это: $3 \cdot 2^{|\log_2 1|} = 7 - 4 \cdot 1^2$, $3 \cdot 2^0 = 7 - 4$; $3 = 3$.

Ответ: 1) 1; 2) 2; 3) 1.

Задачи для самостоятельного решения

Решить уравнения.

1) $3^x + 4^x = 25$;

2) $6^x + 5^x = 11$;

3) $6^x \cdot 5^x = 11$;

4) $3^{x^2+\frac{81}{x^2}-17} = -6 - 6x - x^2$;

5) $3^x + 4^x = 5^x$;

6) $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 2^x$;

7) $1 + 3^{\frac{x}{2}} = 2^x$;

8) $3{,}7^x + \left(\frac{10}{37}\right)^x = 2\sin x$.

Ответ: 1) 2; 2) 1; 3) $\log_{30} 11$; 4) –3; 5) 2; 6) 2; 7) 2; 8) корней нет.

Показательные неравенства

I вид. Простейшие.

Решение простейших показательных неравенств основано на свойствах монотонности степенной функции:

$$a^{f(x)} > a^{\varphi(x)}$$

если $a > 1$, то $f(x) > \varphi(x)$, если $0 < a < 1$, то $f(x) < \varphi(x)$.

Учитывая это свойство, многие простейшие показательные неравенства решаются методом приведения обеих частей неравенства к одному основанию.

Пример.

Решить неравенства.

а) $25^x > 125^{3x-2}$;

б) $(0{,}3)^{4x^2-2x-2} \le (0{,}3)^{2x-3}$;