

ЛОГАРИФМЫ: простейшие уравнения (часть I)

Общая идея	$\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$ (при $a > 0, a \neq 1, x > 0 (y > 0)$)			
?!	Как число представить в виде логарифма? Например, требуется представить 3 в виде логарифма по основанию 4: <div><div>$\begin{array}{c} \boxed{2} \downarrow \\ 3 = \log_4 64 \\ \uparrow \boxed{1} \end{array}$</div><div>1) возведём основание в показатель степени (4^3); 2) запишем результат (64);</div></div>			
I прототип	Решить уравнение (ЕГЭ): $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = -3$. $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = -3 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(2x - 1) = \log_{\frac{1}{2}} 8 \Leftrightarrow 2x - 1 = 8 \Leftrightarrow \boxed{x = 4,5}$ Нужно ли проверять, что $2x - 1 > 0$? Нет, т.к. при равносильном переходе мы уже видим, что $2x - 1 = 8$ (а $8 > 0$).			
1	1)	$\log_{10}(5x + 15) = 3$	4)	$\log_{\sqrt[3]{11}}(12 - 4x) = 0$
	2)	$\log_2(-3 - 10x) = 4$	5)	$\log_{0,1}(-2x + 10) = -3$
	3)	$\log_{\frac{1}{7}}(4x + 5) = -2$	6)	$\log_{\sqrt{3}}(3x - 6) = 6$
Ответы:				
II прототип	Решить уравнение (ЕГЭ): $\log_{x-2} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них. $\log_{x-2} 49 = 2 \Leftrightarrow \log_{x-2} 49 = \log_{x-2} (x - 2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)^2 = 49 \\ x - 2 > 0 \\ x - 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 7 \\ x - 2 = -7 \\ x > 2, x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{x = 9} \\ x = -5 \\ x > 2, x \neq 3 \end{cases}$ Ответ: 9. <u>Внимание:</u> -5 – не является "меньшим" корнем этого уравнения. Поэтому в ответ идёт единственный корень $x = 9$.			
Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из них:				
2	1)	$\log_{x+5} 25 = 2$	4)	$\log_{x-11} 12 = 0,5$
	2)	$\log_{3-x} 64 = 2$	5)	$\log_{1-x} 4 = 0,5$
	3)	$\log_{x-3} 100 = 2$	6)	$\log_{x+5} 9 = 0,5$
Ответы:				
III прототип	Решить уравнение (ЕГЭ): $\log_{11}(2x - 9) = 3 \log_{11} 1$. $\log_{11}(2x - 9) = 3 \log_{11} 1 \Leftrightarrow \log_{11}(2x - 9) = \log_{11} 1^3 \Leftrightarrow 2x - 9 = 1 \Leftrightarrow \boxed{x = 5}.$ Проверкой убеждаемся в том, что $x = 5$ является корнем исходного уравнения.			
3	1)	$\log_{0,1}(x + 5) = 5 \log_{0,1} 2$	4)	$\log_6(x^2 - 2x) = \log_6 3$
	2)	$\log_3(5x - 9) = 2 \log_3 4$	5)	$\log_{11}(4x + 5) = \log_{11} x^2$
	3)	$0,5 \log_5(8x - 6) = \log_{0,2} 0,5$	6)	$2 \log_{11}(x + 1) = \log_{11} 4$ <small>наименьший корень</small>
Ответы:				